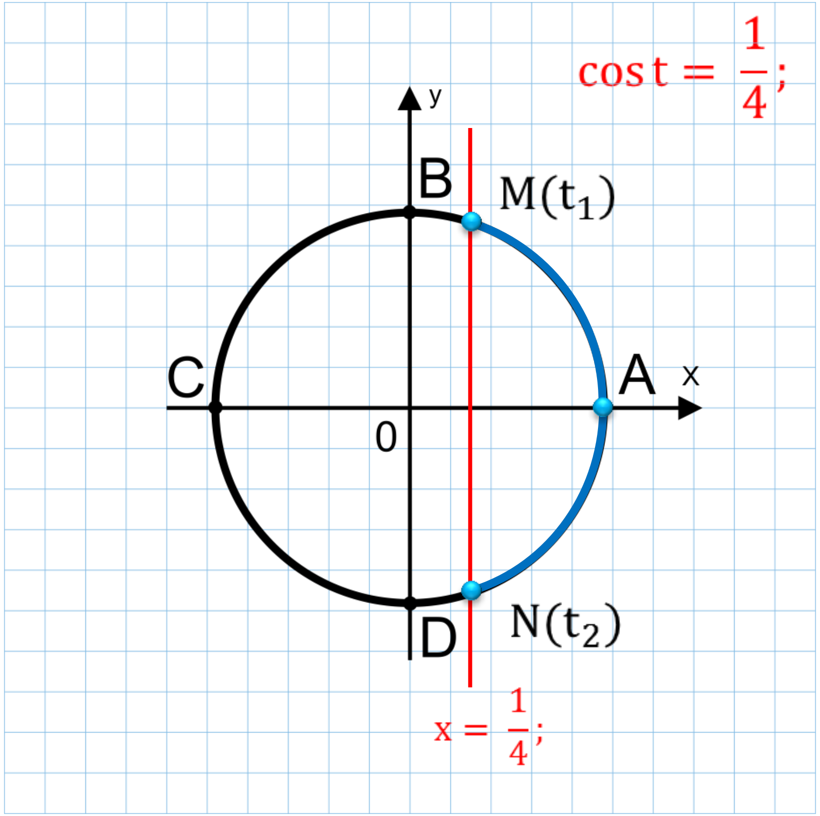
$\boxed{\text{arccos}}$



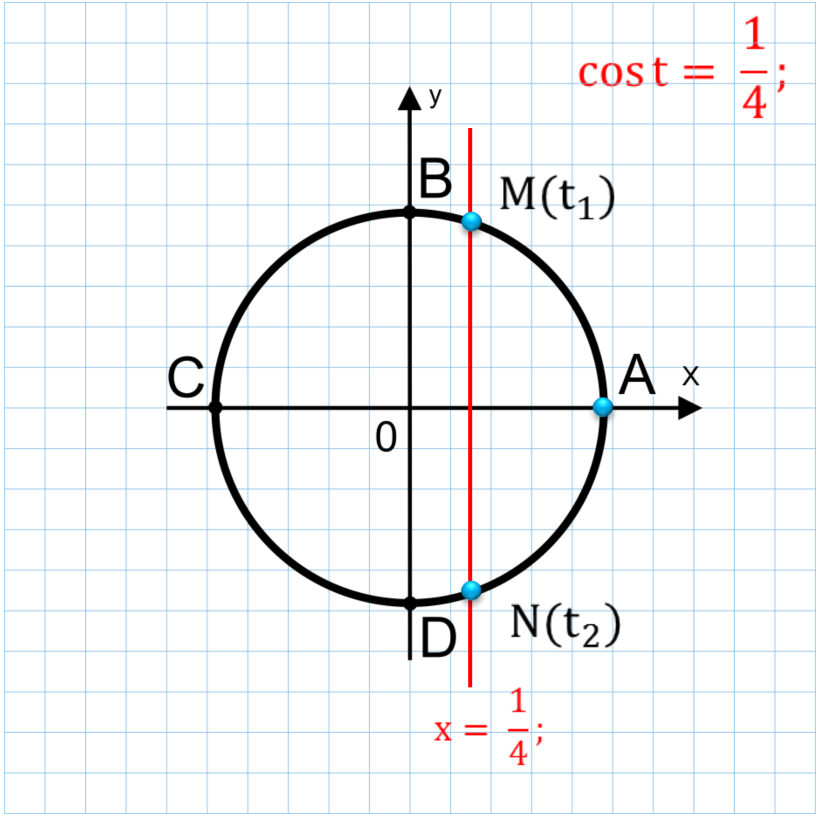
$$t_1 = \arccos\frac{1}{4};$$

$$t_2 = -\arccos\frac{1}{4};$$

$$t = \arccos\frac{1}{4} + 2\pi k;$$

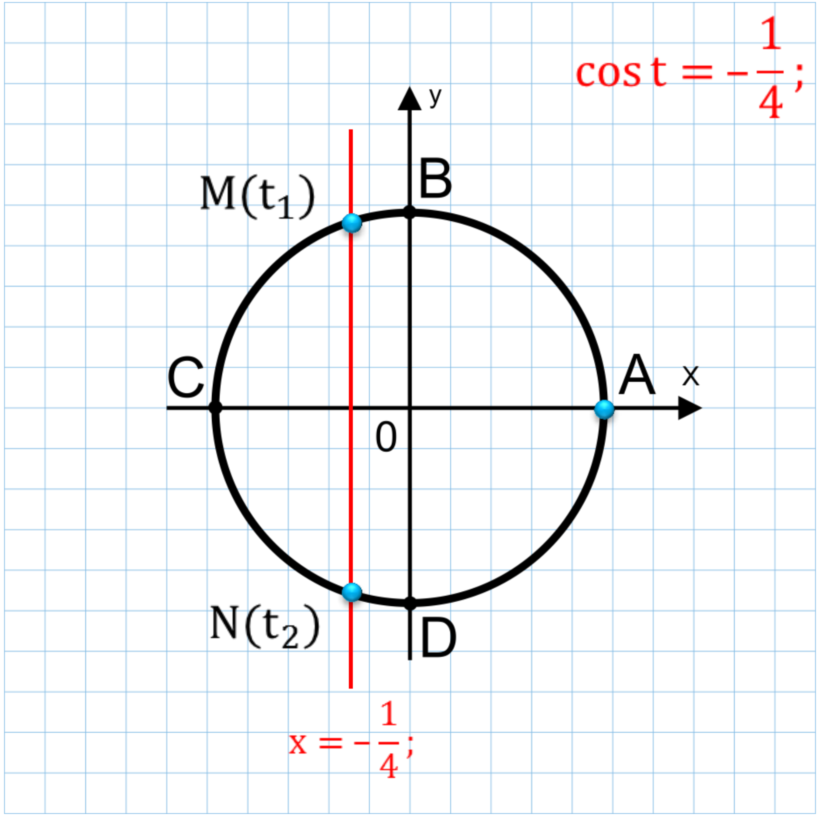
$$t = -\arccos\frac{1}{4} + 2\pi k;$$

$$t = \pm\arccos\frac{1}{4} + 2\pi k;$$



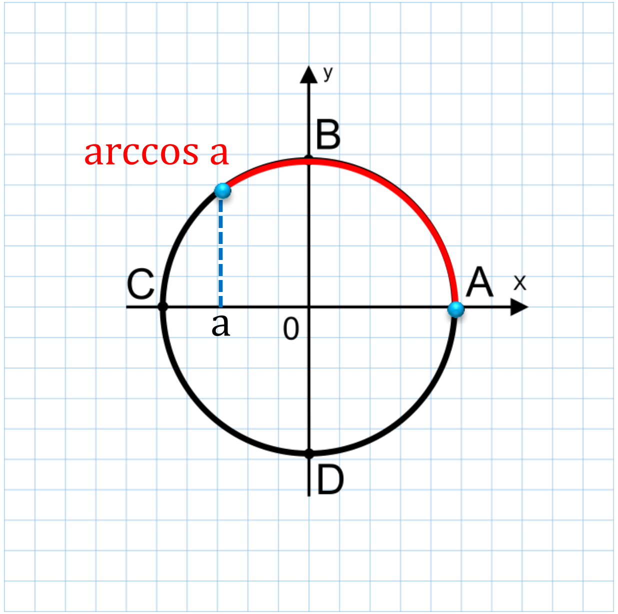
$\arccos\frac{1}{4}$ — число косинус которого равен $\frac{1}{4}$ и это число принадлежит первой четверти, то есть отрезку $[0; \frac{\pi}{2}]$.

$$t = \pm \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + 2\pi k;$$



$\arccos\left(-\frac{1}{4}\right)$ — число косинус которого равен $-\frac{1}{4}$ и это число принадлежит первой четверти, то есть отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

Пусть $|a| \geq 1$, arccos a — такое число из отрезка $[0\ ;\ \pi]$, косинус которого равен a.



$$\cos t = a;$$

$$|a| \leq 1;$$

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k;$$

$\cos t = 1$: $t = 2\pi k$;

$\cos t = -1$: $t = \pi + 2\pi k$;

$\cos t = 0$: $t =+ \pi k$;

Пример 1. Вычислить $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Решение.

$$\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = t; \quad \Rightarrow \quad \cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}, t \in [0;\ \pi];$$

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad t = \frac{\pi}{6}; \quad \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \frac{\pi}{6} \in [0;\ \pi]; \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6};$$

t	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$
cos t	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ответ: $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$. ◀■

угол t

arccos t

t	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$
cos t	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

число, которому равен cos t

число a, от которого находится arccos t

Пример 2. Вычислить $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Решение.

$\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = t; \Longrightarrow \quad \cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}, t \in [0;\ \pi];$

$\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2};\quad t = \frac{5\pi}{6};\quad \cos\frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2};\quad \frac{5\pi}{6} \in [0;\ \pi]; \Longrightarrow$

$\Longrightarrow \quad \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{5\pi}{6};$

t	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$
cos t	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ответ: $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{5\pi}{6}$. ◀

Теорема.

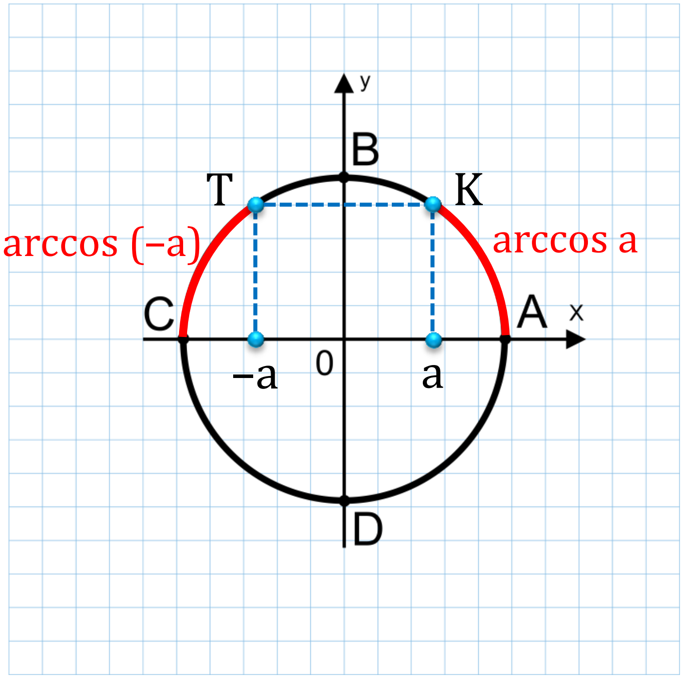
Для любого $a \in [-1; 1]$ выполняется равенство $\arccos a + \arccos(-a) = \pi$.

Доказательство.

$a > 0; \implies -a < 0;$

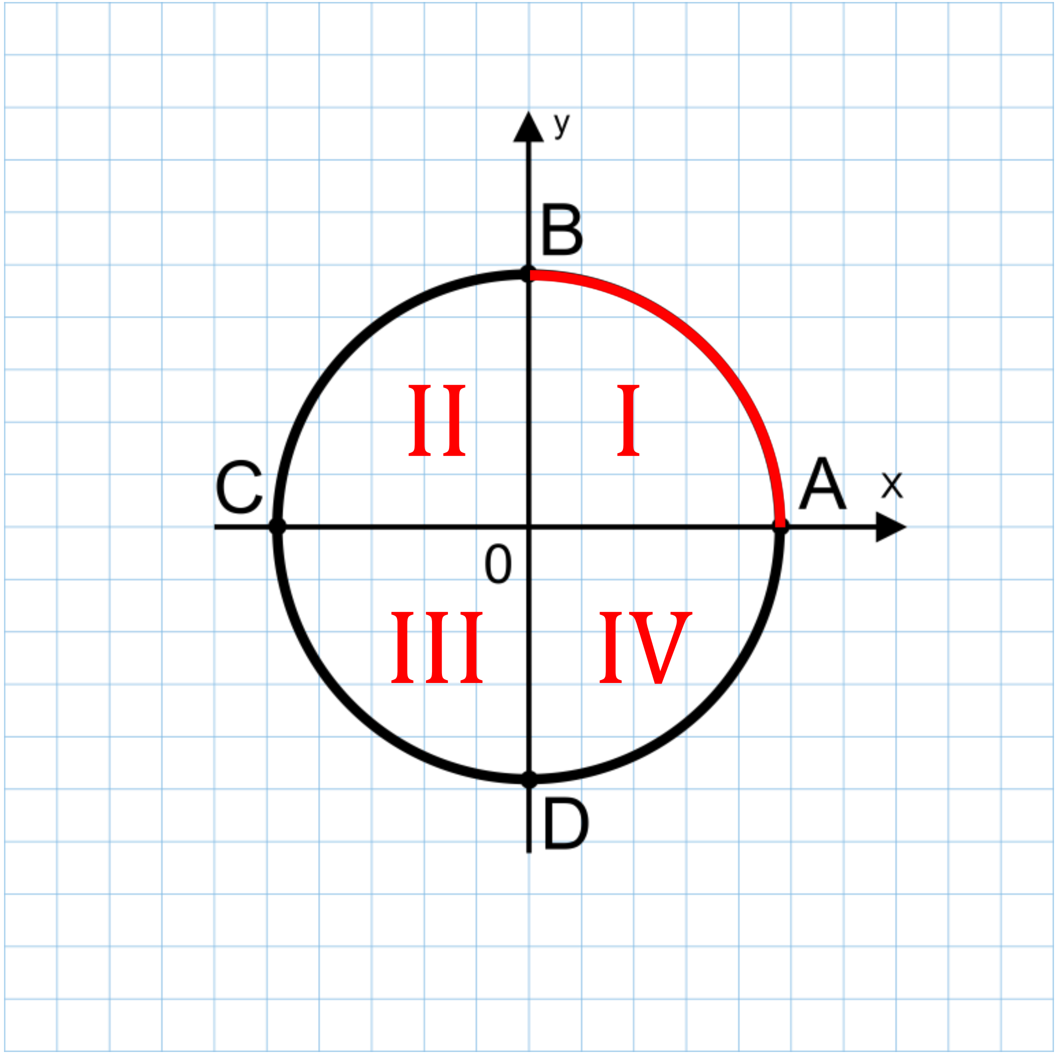
АК = СТ;

arcos a + arcos (–a) = АК + АТ= ТС + АТ = π.

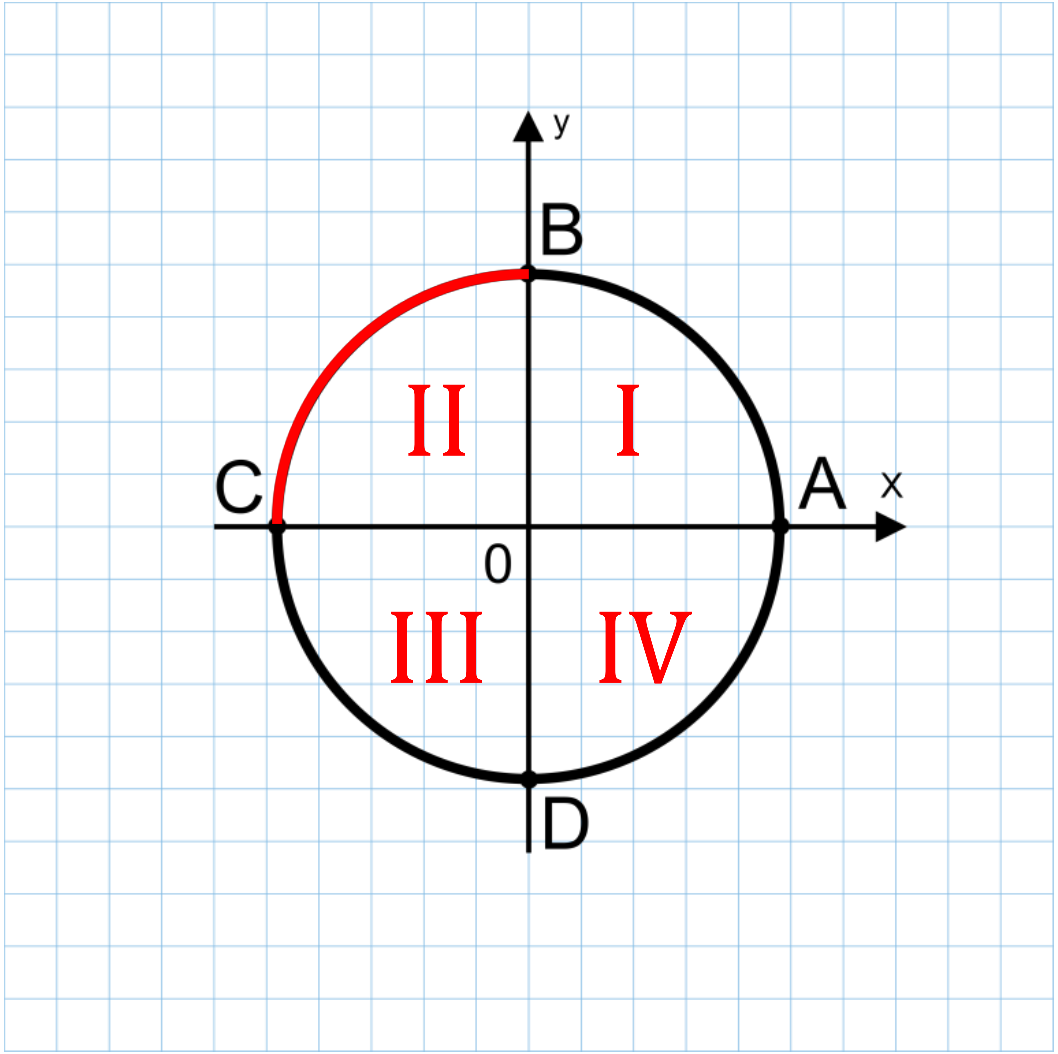


$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$, где $0 \leq a \leq 1$;

$a > 0;$



$a < 0;$



Пример 3. Вычислить $\cos t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Решение.

$t = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k;$

$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4};$

$t = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k;$

Ответ: $t = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k.$ ■

$\boxed{\arccos(-a) = \pi - \arccos a, \text{ где } 0 \le a \le 1;}$

Пример 4. Решить неравенство $\cos t > \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Решение.

$$-\frac{\pi}{4} < t < \frac{\pi}{4};$$

$$-\frac{\pi}{4} + 2\pi k < t < \frac{\pi}{4} + 2\pi k;$$

Ответ: $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k < t < \frac{\pi}{4} + 2\pi k.$ ◀■