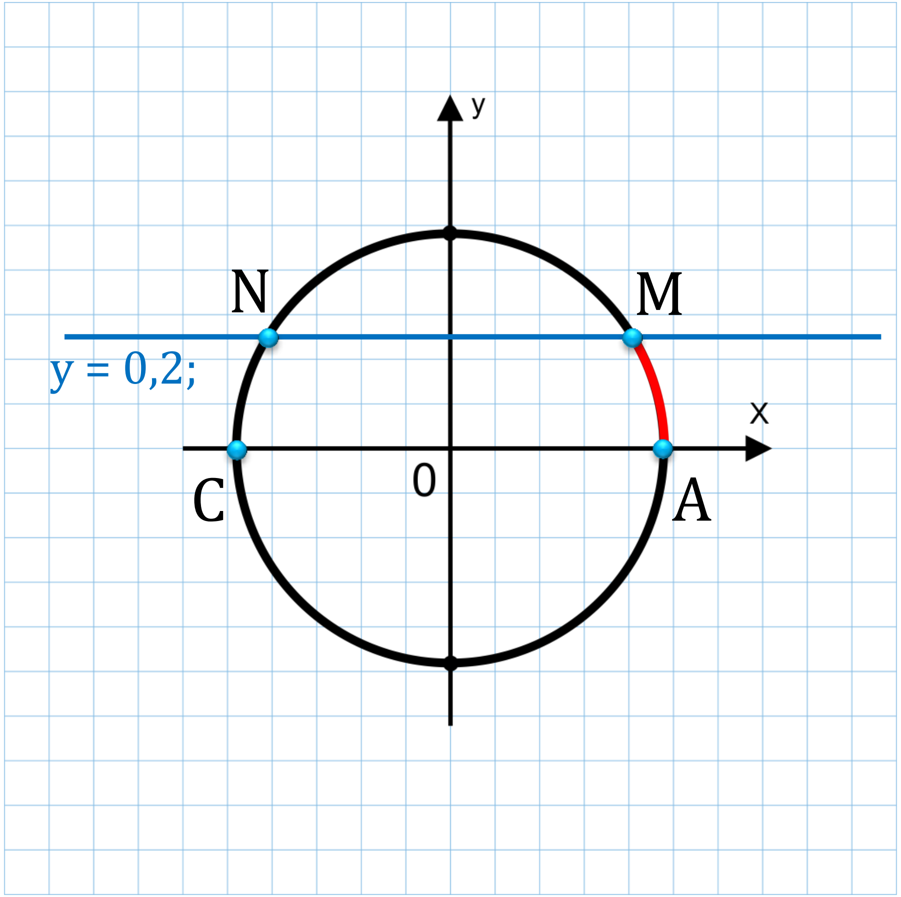
$\sin t = 0,2;$

$t = t_1 + 2\pi k;$

$t = t_2 + 2\pi k;$

t_1 – это длина дуги AM;



$\sin t = 0{,}2;$

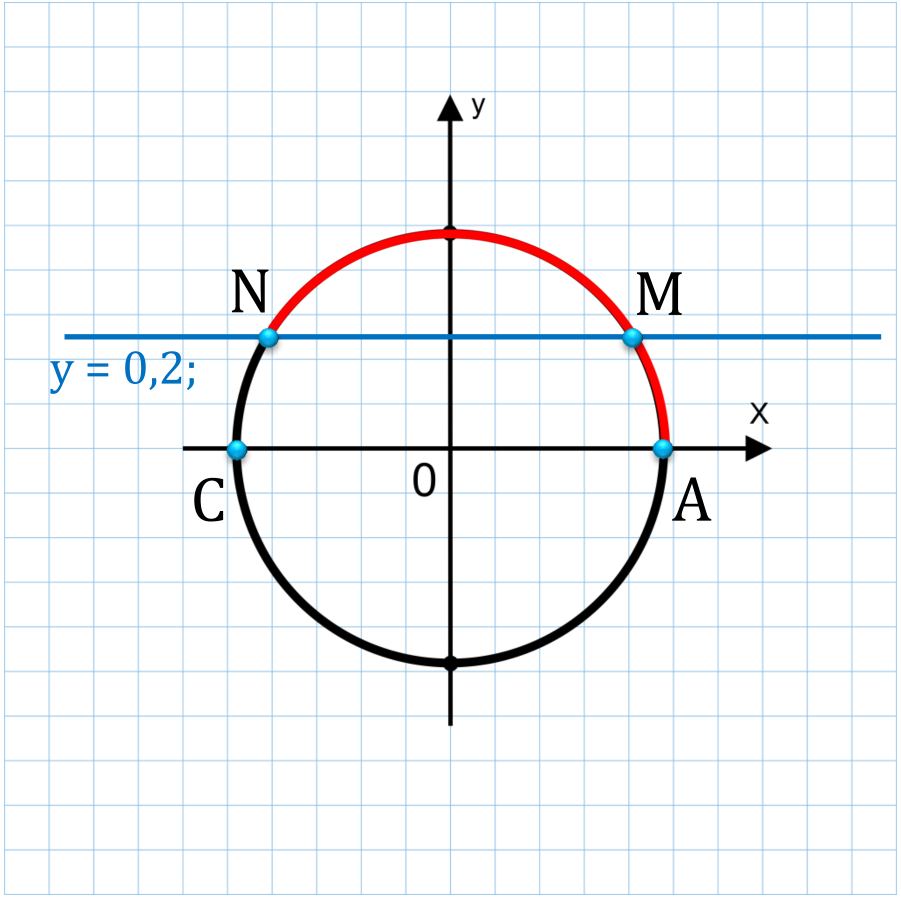
$t = t_1 + 2\pi k;$

$t = t_2 + 2\pi k;$

t_1 – это длина дуги AM;

t_2 – это длина дуги AN;

NC = AM;



$\sin t = 0{,}2;$

$t = t_1 + 2\pi k;$

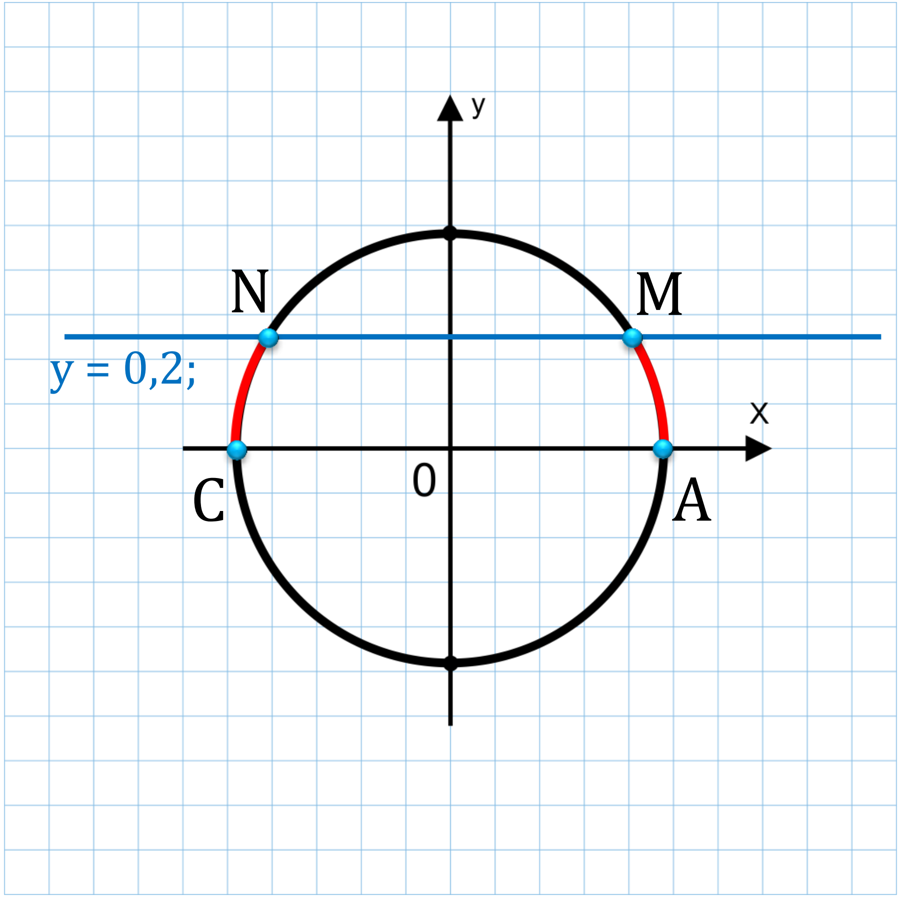
$t = t_2 + 2\pi k;$

t_1 – это длина дуги AM;

t_2 – это длина дуги AN;

$$\left.\begin{aligned} &NC = AM; \\ &AN = AC - NC; \\ &AC = \pi; \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \quad t_2 = \pi - t_1;$$

$\boxed{\arcsin 0{,}2;}$



$\sin t = 0{,}2;$

$t = t_1 + 2\pi k;$

$t = t_2 + 2\pi k;$

t_1 – это длина дуги AM;

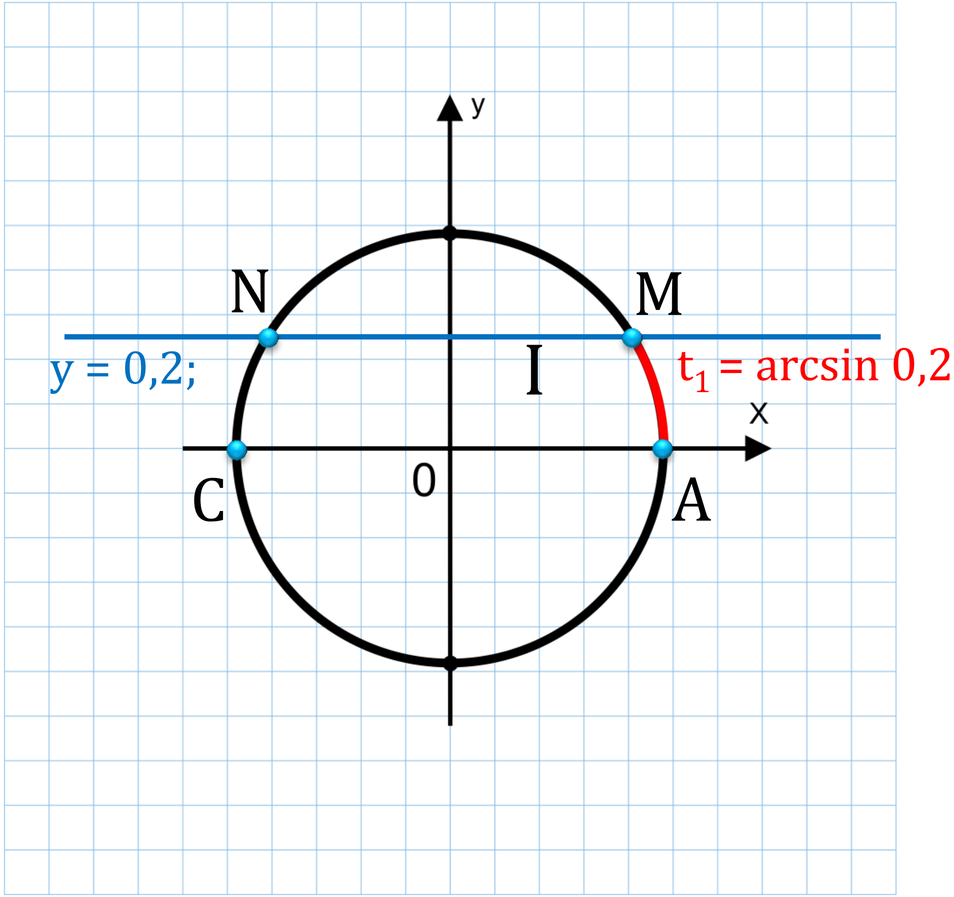
t_2 – это длина дуги AN;

$$\left.\begin{aligned} NC &= AM; \\ AN &= AC - NC; \\ AC &= \pi; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad t_2 = \pi - t_1;$$

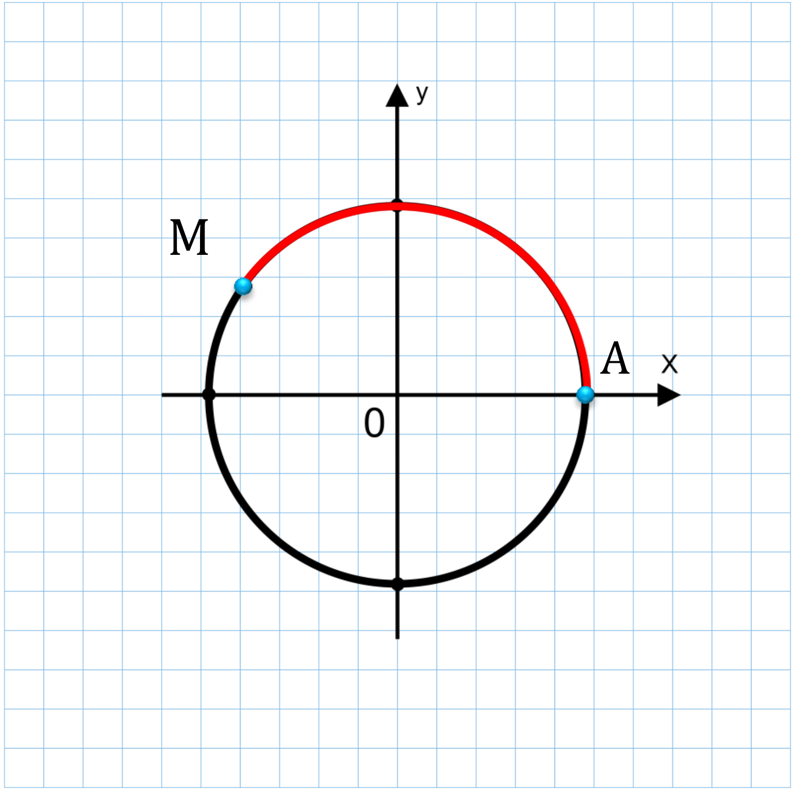
$\boxed{\arcsin 0{,}2;}$

$t = \arcsin 0{,}2 + 2\pi k;$

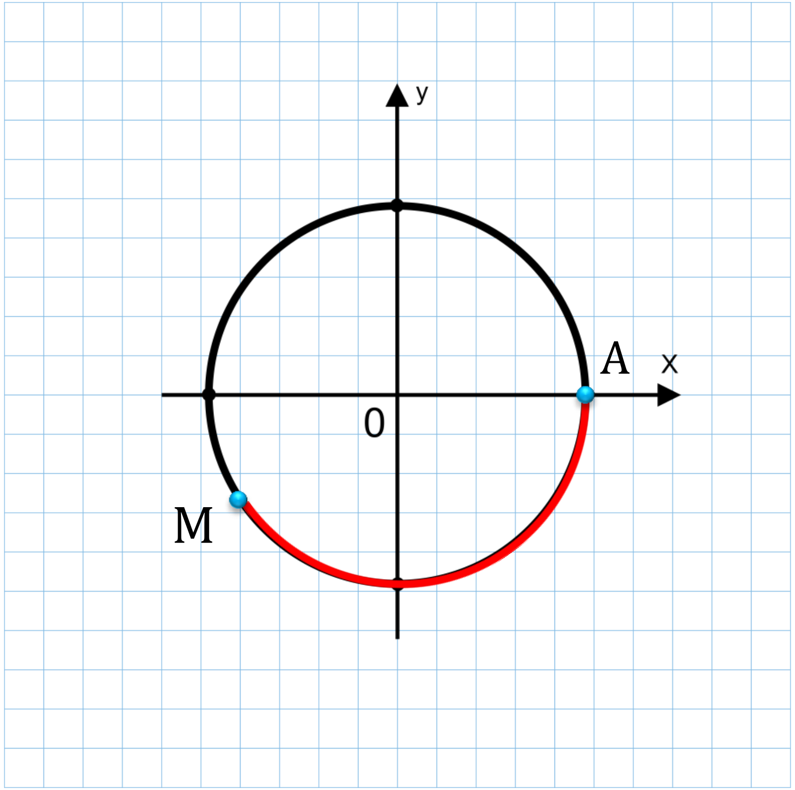
$t = \pi - \arcsin 0{,}2 + 2\pi k;$



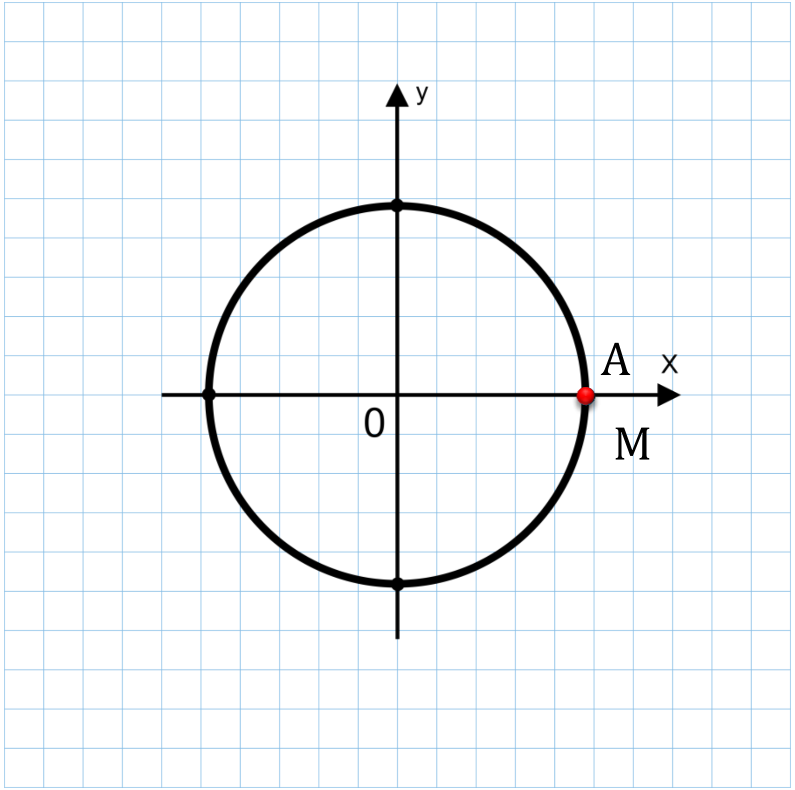
Если $t > 0 \Longrightarrow$ движение против часовой стрелки;



Если $t < 0 \Longrightarrow$ движение по часовой стрелке;



Если $t = 0 \Longrightarrow M = A;$

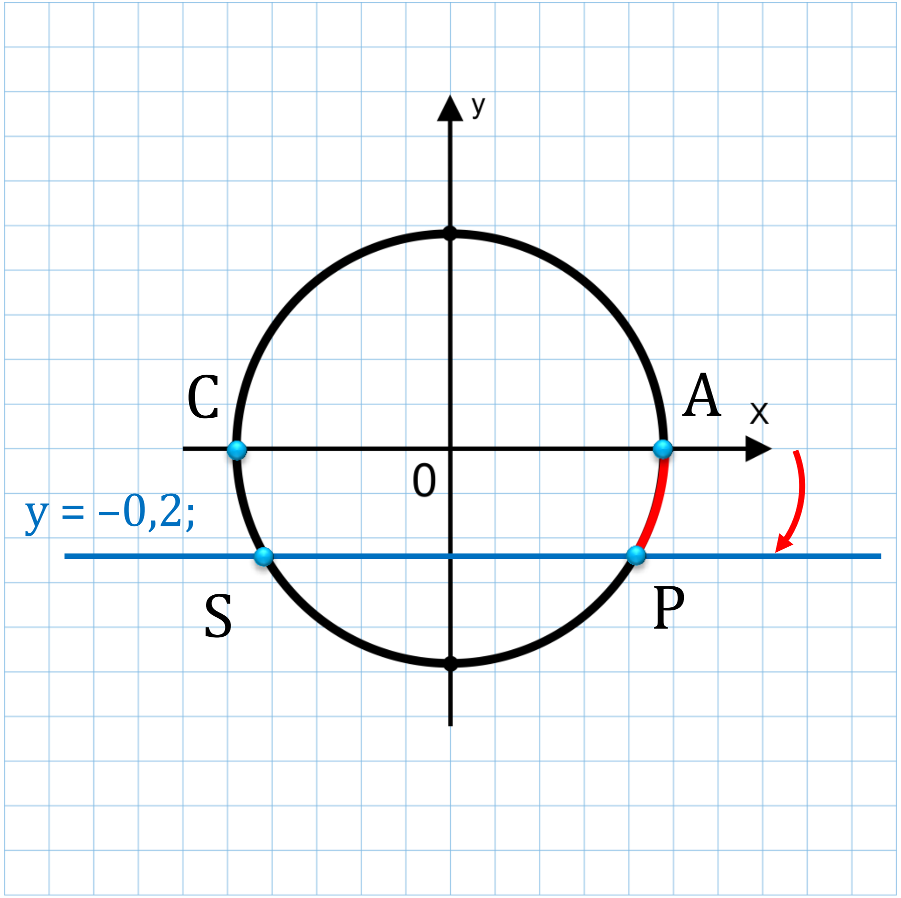


$\sin t = -0{,}2;$

$t = t_1 + 2\pi k;$

$t = t_2 + 2\pi k;$

t_1 – это длина дуги PA;



$\sin t = -0{,}2;$

$t = t_1 + 2\pi k;$

$t = t_2 + 2\pi k;$

t_1 – это длина дуги PA;

t_2 – это длина дуги SA;

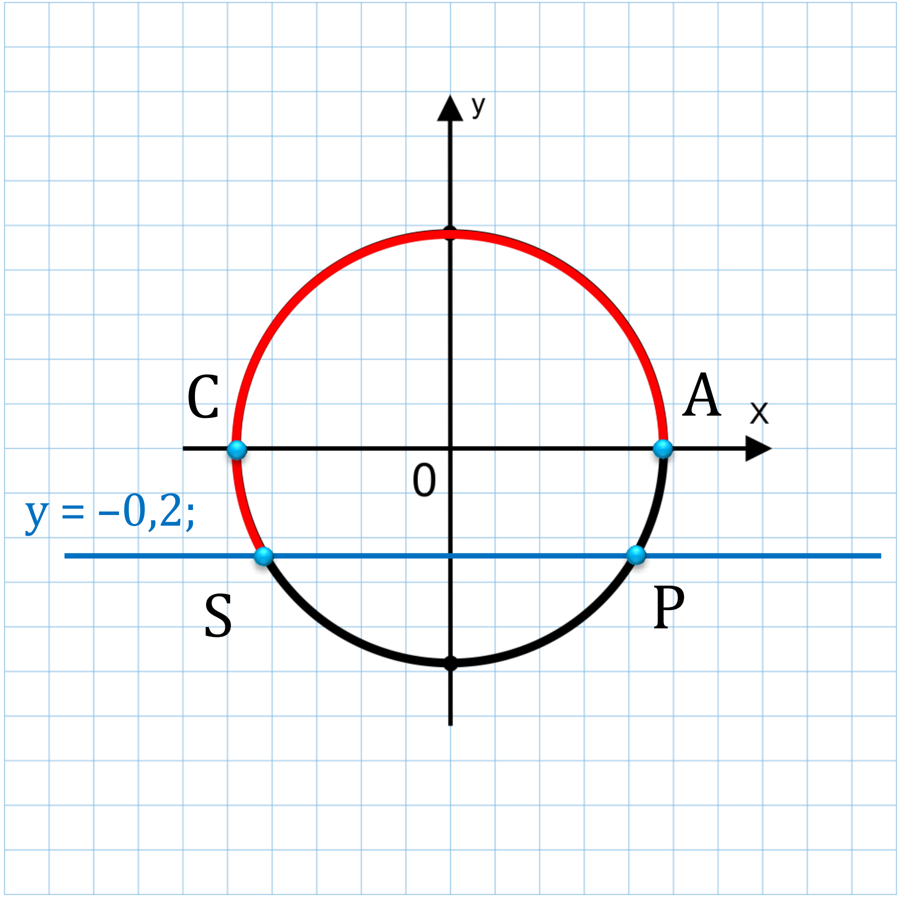
$t_1 = \arcsin(-0{,}2) = -\arcsin 0{,}2;$

$t_2 = \pi - t_1;$

$AS = AC + CS = AC + PA = AC - AP;$

$t = \arcsin(-0{,}2) + 2\pi k;$

$t = \pi - \arcsin(-0{,}2) + 2\pi k;$



Пусть $|a| \leq 1$.

arcsin a называется такое число из отрезка $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$,

sin которого равен a.

$$\boxed{\sin t = a:}$$

$$|a| \leq 1;$$

$$t = \arcsin a + 2\pi k;$$

$$t = \pi - \arcsin a + 2\pi k;$$

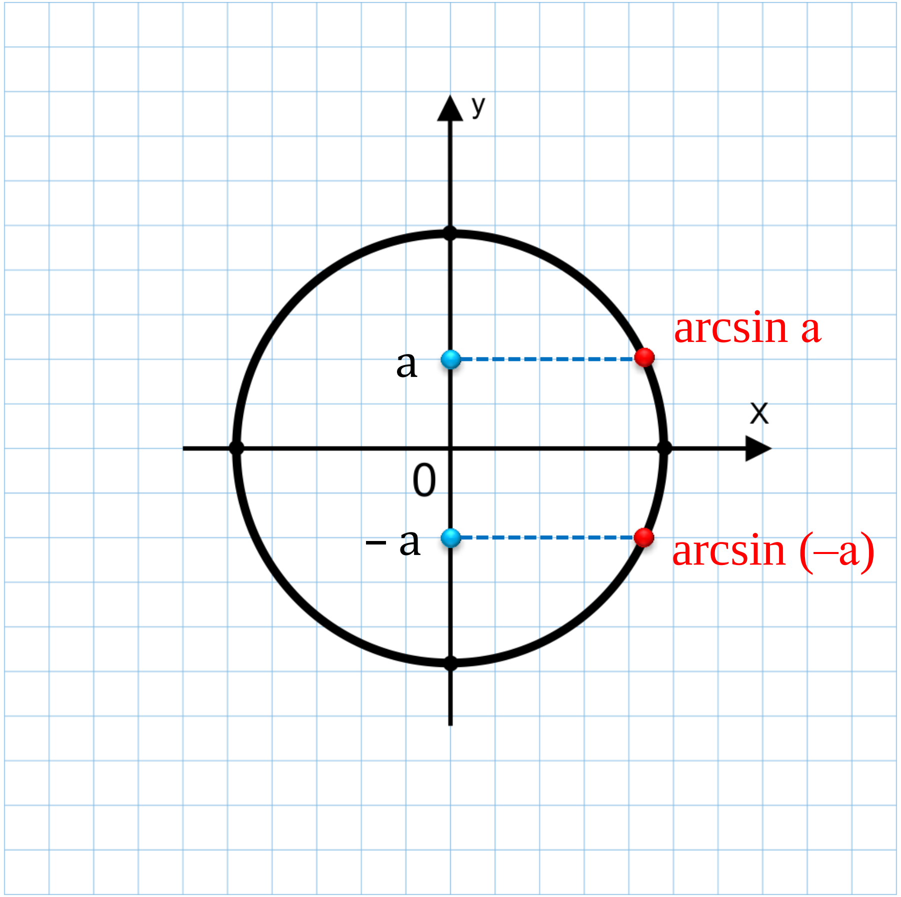
$\sin t = 0$: $t = \pi k$;

$\sin t = 1$: $t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$;

$\sin t = -1$: $t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$;

$\forall a \in [-1; 1];$

$$\boxed{\arcsin(-a) = -\arcsin a;}$$



Пример 1. Вычислить $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Решение.

$$\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} = t;$$

$$\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}];$$

arcsin a	t	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	0
a	sin t	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	0

$$t = \frac{\pi}{3}; \quad \text{т.к. } \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \frac{\pi}{3} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}];$$

Ответ: $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3};$ ◀■

Пример 2. Вычислить $\arcsin\frac{1}{2}$.

Решение.

$\arcsin\frac{1}{2} = t;$

$\sin t = \frac{1}{2}; \quad t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}];$

arcsin a	t	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	0
a	sin t	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	0

$t = \frac{\pi}{6};$ т.к. $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2};$ $\frac{\pi}{6} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}];$

Ответ: $\arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6};$

Пример 3. Вычислить $\sin t = \frac{1}{2}$.

Решение.

$t = \arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2}) + 2\pi k;$

$t = \pi - \arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2}) + 2\pi k;$

$\sin(-t) = -\sin t = -\sin t\,\frac{\sqrt{2}}{2};$

arcsin a	t	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	0
a	sin t	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	0

$t = -\frac{\pi}{4};\quad \arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\pi}{4};$

$t = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k;$

$t = \pi - (-\frac{\pi}{4}) + 2\pi k;$

$t = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k;$

Ответ: $t = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k;\ t = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k;$

$$\left.\begin{array}{l} t = \arcsin a + 2\pi k,\ k \in Z; \\ \\ t = \pi - \arcsin a + 2\pi k,\ k \in Z; \end{array}\right\}\quad t = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ n \in Z;$$

$n = 2k$: $\quad t = \underline{\arcsin a} + 2\pi k;$

$n = 2k + 1$: $\quad t = -\arcsin a + \pi\,(2k+1) = \underline{\pi - \arcsin a} + 2\pi k;$

$$t = (-1)^{n} \cdot \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \pi n = (-1)^{n} \cdot (-1) \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z;$$

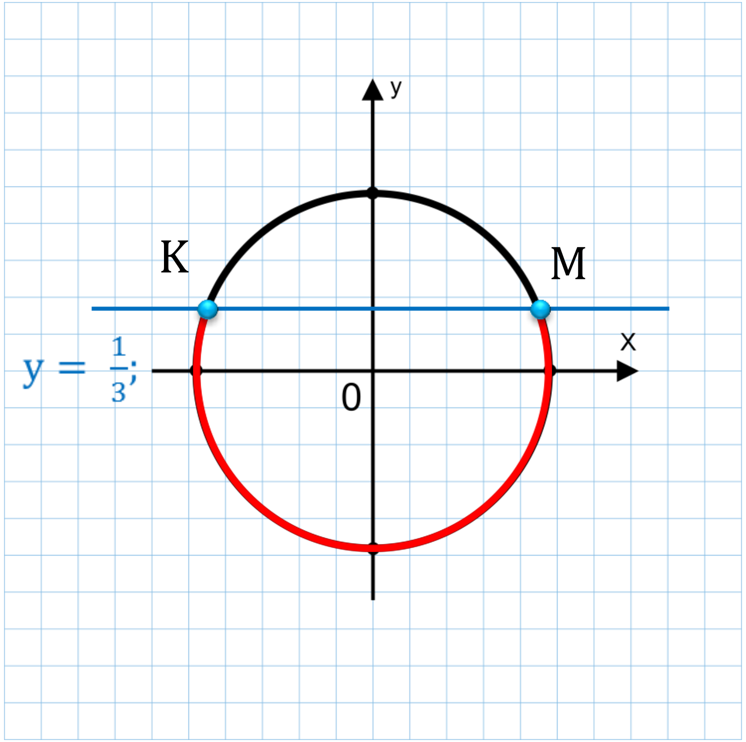
Пример 4. Решить неравенство $\sin t < \frac{1}{2}$.

Решение.

K: $-\pi - \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi k;$

M: $\arcsin\frac{1}{3} + 2\pi k;$

$$-\pi - \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi k < t < \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi k;$$



Ответ:

$$-\pi - \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi k < t < \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi k;$$ ◼

Пример 5. Вычеслить $\sin(\arcsin\frac{3}{16})$.

Решение.

$$\arcsin\ \frac{3}{16} = \mathrm{t};$$

$$\sin \mathrm{t} = \frac{3}{16}; \qquad t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right];$$

$$\sin(\arcsin\frac{3}{16}) = \sin t = \frac{3}{16};$$

Ответ: $\sin(\arcsin\frac{3}{16}) = \frac{3}{16}$. ◀■

Пример. Вычислить $\cos(\arcsin\frac{5}{13})$.

Решение.

$\arcsin \dfrac{5}{13} = t;$

$\sin t = \dfrac{5}{13}; \quad t \in \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right];$

$\cos^2 t = 1 - \sin^2 t;$

$\sin^2 t = (\frac{5}{13})^2 = \dfrac{25}{169};$

$\cos^2 t = 1 - \dfrac{25}{169}; \quad \cos^2 t = \dfrac{144}{169};$

$\cos t = \dfrac{12}{13}; \quad \cos t = -\dfrac{12}{13};$

$t \in \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right] \implies \cos(\arcsin \dfrac{5}{13}) = \dfrac{12}{13};$

Ответ: $\cos(\arcsin \dfrac{5}{13}) = \dfrac{12}{13}$. ◀

$\boxed{\sin^2 t + \cos^2 t = 1}$